Episode 1 : Mise en route

1 L'interface

EXERCICE 1 Mettre en marche l'ordinateur ; créer un répertoire à son nom dans le répertoire "843" du répertoire "Travail" ; lancer Maple, et sauvegarder la feuille de travail (vierge) au bon endroit avec un autre nom que "`untitled1.mws`". Sortir une feuille de papier et un crayon.

EXERCICE 2 Exécuter les instructions suivantes, en essayant de deviner le résultat *avant*, et de le comprendre après. On peut déjà faire quelques copier/coller.

```
>2+2;
>1234^1234;
>5/3+21/10;
>5/3+2.1;
>pi;
>Pi;
>cos(pi);
>cos(Pi);
>cos(3.14);
>cos(3.141592654);
>if 3+3=7 then isprime(1789) else ithprime(1789) fi;
>if 3+3=6 then isprime(1789) else ithprime(1789) fi;
```

2 Quelques manipulations d'objets connus

EXERCICE 3 Résoudre (avec `solve`) les systèmes linéaires :

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 2x & + & 2y & - & 3z & = & 2 \\ -2x & - & y & - & 3z & = & -5 \\ 6x & + & 4y & + & 4z & = & 16 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{ccccccccc} x & + & y & + & z & + & t & = & 4 \\ -x & + & y & + & 2z & + & t & = & 2 \\ 2x & + & y & + & 3z & - & t & = & -1 \\ & & y & + & 4z & - & t & = & -3 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} x & + & y & + & z & + & t & = & 4 \\ -x & + & y & + & 2z & + & t & = & 2 \\ 2x & + & y & + & 3z & - & t & = & -1 \\ & & y & + & 4z & - & t & = & 4 \end{array}\right.$$

On décrira l'ensemble solution SUR UN PAPIER sous la forme habituelle du cours de maths.

EXERCICE 4 Résoudre (avec `dsolve`) l'équation différentielle $y'(t) + 3y(t) = 2t + 3t^2\mathrm{e}^{-3t}$.

EXERCICE 5 Donner (avec `evalf`) les 50 premières décimales de π.

EXERCICE 6 A l'aide de la fonction `sum`, calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{50} k^3$ puis donner une expression simple de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^3$. On factorisera le résultat à l'aide de `factor`.

3 Les variables

EXERCICE 7 Exécuter les instructions suivantes, en essayant de comprendre (voire d'anticiper) leur résultat :

```
x=7;
x;
x+2;
7=x;
x;
x:=7;
x;
x+2;
7:=x;
x=9;
evalb(x=9);
```

EXERCICE 8 Même chose :

```
x:=7;
x+2;
X+2;
```

EXERCICE 9 Que vaut la variable `toto` ? Et la variable `digits` ? Et la variable `Digits` ? Donner une approximation de π avec `evalf` ; modifier `Digits` et redemander une approximation de π avec `evalf`.

4 Etudes de fonctions

4.1 Définir la fonction

Pour une brave fonction qui ne demande pas l'écriture d'une procédure, ou d'un test, on utilisera systématiquement la syntaxe `f :=x->3*sin(x)+1/(2*x) ;`

Monsieur, comment on fait la flèche ?

Ben, je ne vois pas de flèche, mais un "moins" ("sous le 6 du clavier", pas un "underscore sous le 8"...) suivi du "strictement supérieur" à coté du w !!!

Attention, on n'oubliera pas les parenthèses (pour le sinus, par exemple) et les signes `*`, même quand on multiplie par une constante. Il est suggéré de vérifier la validité de la définition en demandant `f(3)` immédiatement...

Les syntaxes suivantes NE MARCHERONT PAS :

- `f(x):=3*sin(x)+1/(2*x);` seul $f(x)$ est défini, et pas $f(y)$ ou $f(3)$!!
- `f=x->3*sin(x)+1/(2*x);` il faut *assigner* à f une valeur...

EXERCICE 10 Définir les applications suivantes :

$$f_1 : x \mapsto 2x^2 - 3; \qquad f_2 : x \mapsto \mathrm{e}^{\tan x}; \qquad f_3 : x \mapsto x^5 \sin x + x^4 \mathrm{e}^{-3x}; \qquad f_4 : x \mapsto \ln\left(x^2 + \frac{x}{\cos(x)}\right)$$

4.2 La représenter

Si on doit tracer le graphe d'une fonction f, on a le choix entre différentes syntaxes :

- `plot(f)` le graphe est tracé par défaut sur $[-10, 10]$ en abscisses.
- `plot(f,0..3)` on impose ici les valeurs en abscisses.
- `plot(f(x),x=0..3)` pareil !
- `plot(f(zeta),zeta=0..3)` pareil !
- `plot(f(x),x=0..3,y=-3..10)` on a ici imposé l'intervalle des ordonnées.

Les syntaxes suivantes NE MARCHERONT PAS :
- `plot(f(x),0..3);`
- `plot(f,x=0..3);`

Enfin, si on veut tracer ensemble le graphe de deux fonctions f et g, on écrira : `plot({f,g})` (les accolades s'obtiennent avec "ALT GR" et les touches 4/+). on encore `plot({f(x),g(x)},x=0..Pi)`

EXERCICE 11 Tracer (indépendament) les graphes des fonctions f_1 et f_2 sur des intervalles pertinents.

EXERCICE 12 Tracer simultanément les graphes des fonctions $x \mapsto x^2, x^4, x, \sqrt{x}, x^{1/3}$ sur $[1,3]$ puis sur $[0,1]$.

4.3 La dériver

Si on veut dériver une fonction f, on a le choix entre différentes syntaxes :
- `D(f)` l'objet retourné va être une *fonction*.
- `diff(f(x),x)` cette fois, l'*expression* $f(x)$ est dérivée par rapport à x : c'est une expression qui est retournée.
- `diff(f(x),x$10)` l'expression $f(x)$ est dérivée 10 fois consécutives par rapport à x.

Les syntaxes suivantes NE MARCHERONT PAS :
- `D(f(x));`
- `diff(f(x));`

Pour factoriser une expression, on pourra ensuite utiliser la commande `factor`.

EXERCICE 13 Que vaut $f_1'(3)$?

EXERCICE 14 Dériver $f : x \mapsto x^{49}\mathrm{e}^{-1/x}$. Que vaut f dérivée 50 fois ?

4.4 Calculer ses limites

La syntaxe est `limit(f(zeta),zeta=0)`. En cas de limites différentes à droite et à gauche (comme pour $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ en 0), on peut donner un troisième argument : `limit(1/x,x=0,left)`. Notons également que Maple connait $+\infty$ et $-\infty$: `limit(exp(-x),x=-infinity)` retournera ∞.

EXERCICE 15 Que fait $\dfrac{\ln(1+x)}{x+\tan x}$ lorsque x tend vers 0 ?

EXERCICE 16 Que fait $f_2(x)$ lorsque x tend vers $\dfrac{\pi}{2}$?

EXERCICE 17 Déterminer les limites lorsque n tend vers $+\infty$ de $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$, puis $\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n$, puis $\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n^2}$, et enfin $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$. Ces résultats vous semblent corrects, d'un point de vue mathématique ?

EXERCICE 18 Pour $x \geq 0$, on définit $g(x) = \sqrt{x^2+3x+2}$.

1. Montrer que $\dfrac{g(x)}{x}$ admet une limite finie l lorsque x tend vers $+\infty$.
2. Montrer que $g(x) - lx$ admet une limite finie l' lorsque x tend vers $+\infty$.
3. Qu'en déduit-on sur le graphe de g ? Visualiser !
4. Essayer la commande `asympt(g(x),x)`...

4.5 Calculer une intégrale

Si on veut intégrer une fonction f entre deux bornes a et b, on a le choix entre différentes syntaxes :

- `int(f,a..b)`
- `int(f(x),x=a..b)`

Les syntaxes suivantes NE MARCHERONT PAS :

- `int(f(x),a..b);`
- `int(f,x=a..b);`

Si on veut simplement une primitive de f, on pourra demander `int(f(x))`, qui est en fait (grosso modo) un raccourci pour `int(f(t),t=0..x)`.

EXERCICE 19 Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_0^1 XdX, \qquad \int_1^2 XdX, \qquad \int_2^3 XdX.$$

EXERCICE 20 Calculer $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x \cos x}{\sin^4 x + \cos^4 x}dx$

EXERCICE 21 Déterminer une primitive de f_3.

EXERCICE 22 Calculer $\displaystyle\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-x^2}dx$ et donner un sens à cette intégrale !