Khôlles 6

Quinzaine du 4 au 15 Janvier 2010

1 Première semaine

- Fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$: décomposition paire/impaire ; limites, continuité : propriétés locales (limite d'une somme, d'un produit ; passage d'inégalité à la limite ; existence d'une limite pour une fonction monotone...). Propriétés globales : TVI et son corollaire. Les fonctions continues sur un segment possèdent un maximum et un minimum. Continuité des bijections réciproques.
- Dérivation : dérivée en un point ; opérations standards ; cas des bijections réciproques ; dérivées d'ordre 2 et plus ; théorème de Leibniz ; condition nécessaire pour avoir un extremum pour une fonction dérivable en un point intérieur.

2 Deuxième semaine

- Dérivation. En plus : Rolle, TAF ; IAF ; dérivation des prolongements. Dérivées et variations. Taylorismes (FTRI, Taylor-Young, inégalité de Taylor-Lagrange).
- Début des espaces vectoriels : espaces et sous-espaces ; applications linéaires.

3 Questions de cours

- (S1) Toute fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ est somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
- (S1) Définition des différentes limites de fonction (finies, infinies, en un réel ou en $\pm\infty$)
- (S1) Compositions de limite fonction-fonction et fonction-suite.
- (S1) Si f est monotone sur $]a, b[$, alors f possède des limites en a et en b.
- (S1) Énoncés sans preuve : TVI ; fonctions continues sur un segment ; « théorème de la bijection ».
- (S1+2) Dérivabilité d'un produit, d'une composée.
- (S1+2) Dérivabilité d'une réciproque (l'énoncé local de dérivation est admis, mais il doit être bien connu et appliqué. Par exemple, la dérivée de arcsin et cie doit être retrouvée en moins de 30 secondes, puis prouvée en moins de 3 minutes).
- (S1+2) Théorème de Leibniz.
- (S1+2) Condition nécessaire pour qu'une fonction possède un extremum local en un point intérieur où elle est dérivable.
- (S2) Rolle.
- (S2) TAF ; IAF.
- (S2) Variations et dérivées
- (S2) Formules de Taylor. *À ce sujet : les énoncés « optimaux » doivent être connus, mais je me suis autorisé à faire des preuves en enrichissant les hypothèses (typiquement : f n'est que $\mathcal{D}^{n+1}$ pour l'inégalité de Taylor-Lagrange, mais la preuve est faite dans le cas $\mathcal{C}^{n+1}$ pour la rendre naturelle).*

4 En prévision

Pour la quinzaine 7, du 18 au 29 Janvier 2010 : algèbre linéaire stage 1 ; polynômes.