

À rendre le mercredi 14 Octobre 2009

1 Un calcul d'asymptote

Montrer que le graphe Γ de la fonction

$$f : x \mapsto \frac{(x+1)^5 e^{2/x}}{(x-1)^4}$$

possède une asymptote Δ au voisinage de $+\infty$.

Donner les positions relatives de Γ et Δ .

2 Solutions bornées sur \mathbb{R} d'une EDL d'ordre 1

1. Résoudre :

$$y' + y \sin t = \sin t,$$

puis déterminer les solutions bornées sur \mathbb{R} .

2. Même chose avec :

$$y' - \frac{2t}{1+t^2}y = 1.$$

3. On recommence avec :

$$y' - \frac{2t}{1+t^2}y = -\frac{4t}{(1+t^2)^2}.$$

4. Et une dernière fois, avec :

$$y' + y = \frac{1}{1+e^x}.$$

5. Soient a et b deux applications continues sur \mathbb{R} . Montrer que si l'équation

$$y' + ay = b \tag{E}$$

possède deux solutions bornées sur \mathbb{R} , alors toutes les solutions de (E) sont bornées sur \mathbb{R} .